

王常波, 田坤, 刘立彬, 等. 黏弹性介质中瑞雷波有限差分数值模拟与波场分析[J]. CT 理论与应用研究, 2019, 28(2): 153-166. doi:10.15953/j.1004-4140.2019.28.02.01.
WANG C B, TIAN K, LIU L B, et al. Finite-difference modeling and wave-field analysis of rayleigh surface wave in viscoelastic media[J]. CT Theory and Applications, 2019, 28(2): 153-166. doi:10.15953/j.1004-4140.2019.28.02.01. (in Chinese).

黏弹性介质中瑞雷波有限差分数值模拟与波场分析

王常波[✉], 田坤, 刘立彬, 李国磊, 张学涛

(中国石化胜利油田分公司物探研究院, 山东 东营 257022)

摘要: 瑞雷面波经常被用来反演地表浅层横波速度, 受到越来越广泛的关注。对瑞雷波的研究一般都基于完全弹性介质, 而实际地层更接近黏弹性介质, 对黏弹性介质中的瑞雷面波进行模拟更具实际意义。本文采用广义标准线性体模型来描述黏弹性介质, 并采用交错网格有限差分法对考虑水平自由表面的黏弹介质进行正演模拟, 再与弹性介质中的结果进行对比分析。首先采用非线性最优优化算法根据期望常数品质因子直接求取松弛时间来拟合常 Q 模型, 并给出广义标准线性固体的具体算例, 实施自由表面条件时采用声学-弹性边界近似法, 通过剪切模量不变来考虑自由表面上、下横向应力保持连续的条件。对于非自由表面, 采用非分裂的多轴卷积完全匹配层来吸收波场。然后对几种典型的数值模型进行正演模拟计算, 数值解与解析解的对比验证了本文方法的准确性与有效性, 正演结果的对比表明波场尤其是面波频散会受黏弹性影响, 因此有必要在面波勘探中考虑黏弹性因素。

关键词: 黏弹性介质; 瑞雷面波; 常 Q 模型; 自由表面; 吸收边界条件

doi:10.15953/j.1004-4140.2019.28.02.01 中图分类号: O 242; P 631 文献标志码: A

近地表地震模拟的首要目标是产生包含准确瑞雷面波的地震记录^[1-3]。包含瑞雷面波的合成记录可以利用有限差分或有限元等数值方法求解波动方程来进行模拟^[4-7]。有限元法由于网格划分的优势可以很好地模拟自由表面条件尤其是起伏地表, 但是这种方法计算成本较高, 很少用于地震模拟中。有限差分法在地震模拟中应用较为广泛, 对于水平自由表面的有限差分模拟, 目前存在多种处理方法, 其中 Levander 提出的应力镜像法应用最为广泛, 而且大量的模拟结果验证了该方法的准确性。但是如何处理应力镜像法中近地表的速度波场分量仍然是一个难题^[8]。国内也有学者对瑞雷面波进行了研究, 大部分集中在理论研究^[9]、正演模拟^[10-12]、频散分析^[13-15]以及浅层速度反演^[16-17]等方面。

另外实际地层更接近黏弹性介质, 描述黏弹性介质中地震波衰减属性的主要参数是品质因子 Q ^[18-20], 研究表明地下岩石的品质因子基本不随频率变化, 因此常 Q 模型对模拟黏弹性介质中地震波衰减特征是十分重要的^[21-24]。1984 年 Day 等^[25]首先将实际衰减加入到时域计算中。1987 年 Emmerich 等^[26]采用由 n 个 Maxwell 体和一个弹性元件并联组成的广义 Maxwell 体模型进行了模拟并提供了近似的参数求取方法。1988 年 Carcione 等^[27]研究了由 n 个标准线性固体并联组成的广义标准线性体模型。这两种构建方法都可以在指定频带内满

收稿日期: 2018-09-12。

基金项目: 国家科技重大专项“致密油藏储层地震预测方法及地应力研究”(2017ZX05072-001); 中国石化股份公司项目“高密度地震宽频全方位处理技术研究”(P18025); 胜利油田分公司项目“井控层约束深度域速度建模技术研究”(YKW1803)。

足近似常 Q 属性, 而且 Moczo 等^[28]证明这两种模型是等价的, 但是在参数求取时一般都经过假设或近似, 在精度方面存在不足^[29]。

本文采用广义标准线性体模型表征黏弹介质, 并采用交错网格有限差分法对水平自由表面的黏弹介质进行正演计算。其中对于黏弹参数也就是松弛时间的求取, 根据品质因子的频散关系, 不经过假设或近似, 直接给出超定的非线性方程组, 并利用 Levenberg-Marquarat (L-M) 方法进行求解。实施自由表面条件时, 采用声学-弹性边界近似法, 通过剪切模量不变来考虑自由表面上、下横向应力保持连续的条件。对于非自由边界, 本文采用非分裂的多轴卷积完全匹配层 (MC-PML) 来吸收边界处的波场, 它既具有卷积完全匹配层 (C-PML) 吸收效果较好的特点, 又兼具多轴完全匹配层 (M-PML) 的高稳定性。对几种典型模型进行了正演模拟以及波场对比分析。

1 黏弹波动方程

对于线性黏弹性介质来说, 应力应变之间是卷积关系, n 维黏弹性介质的张量应力应变关系为^[27]:

$$\sigma_{ij}(t) = \frac{1}{n} (\psi_1(t) - \psi_2(t)) \delta_{ij} * \dot{\varepsilon}_{kk} + \psi_2(t) * \dot{\varepsilon}_{ij} \quad (1)$$

其中 σ 表示应力, ε 表示应变, 下标 i, j 取 $1, \dots, n$, n 表示空间维数, t 表示时间, $\psi_1(t)$ 和 $\psi_2(t)$ 表示松弛函数, δ_{ij} 是单位冲激函数。

对于广义标准线性体来说, 松弛函数和复模量分别表示为:

$$\psi_v(t) = M_R^{(v)} \left(1 - \frac{1}{L_v} \sum_{l=1}^{L_v} \left(1 - \frac{\tau_{el}^{(v)}}{\tau_{sl}^{(v)}} \right) \exp\left(\frac{-t}{\tau_{sl}^{(v)}}\right) \right) H(t) \quad v=1,2 \quad (2)$$

$$M_v(\omega) = \frac{M_R^{(v)}}{L_v} \sum_{l=1}^{L_v} \frac{1 + i\omega\tau_{el}^{(v)}}{1 + i\omega\tau_{sl}^{(v)}} \quad v=1,2 \quad (3)$$

其中 v 取 1 对应胀缩运动, 取 2 对应剪切运动, L_v 表示标准线性体的个数, $M_R^{(v)}$ 表示松弛模量, $\tau_{el}^{(v)}$ 和 $\tau_{sl}^{(v)}$ 分别表示应变松弛时间和应力松弛时间, $H(t)$ 表示单位阶跃函数, $M_v(\omega)$ 表示频率域复黏弹模量^[28-30]。

将式 (2) 和式 (3) 代入式 (1), 并结合运动平衡微分方程, 可以推导得到基于广义标准线性体模型的二维黏弹性介质一阶速度-应力波动方程:

$$\begin{aligned} \partial_t \rho v_x &= \partial_x \sigma_{xx} + \partial_z \sigma_{xz} \\ \partial_t \rho v_z &= \partial_x \sigma_{xz} + \partial_z \sigma_{zz} \\ \partial_t \sigma_{xx} &= (\lambda^U + 2\mu^U) \partial_x v_x + \lambda^U \partial_z v_z + (\lambda^R + \mu^R) \sum_{l=1}^{L_1} E_1^l + 2\mu^R \sum_{l=1}^{L_2} E_{11}^l \\ \partial_t \sigma_{zz} &= \lambda^U \partial_x v_x + (\lambda^U + 2\mu^U) \partial_z v_z + (\lambda^R + \mu^R) \sum_{l=1}^{L_1} E_1^l - 2\mu^R \sum_{l=1}^{L_2} E_{11}^l \\ \partial_t \sigma_{xz} &= \mu^U (\partial_z v_x + \partial_x v_z) + \mu^R \sum_{l=1}^{L_2} E_{12}^l \\ \partial_t E_1^l &= -\frac{E_1^l}{\tau_{sl}^1} + \Theta \varphi_{1l} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial_i E_{11}^l &= -E_{11}^l / \tau_{\sigma l}^2 + \left(\partial_x v_x - \frac{\Theta}{2} \right) \varphi_{2l} \\ \partial_i E_{12}^l &= -\frac{E_{12}^l}{\tau_{\sigma l}^2} + (\partial_z v_x + \partial_x v_z) \varphi_{2l}\end{aligned}\quad (4)$$

其中 $\Theta = \partial_x v_x + \partial_z v_z$, $M^{Uv} = \frac{1}{L_v} \sum_{l=1}^{L_v} \frac{\tau_{\sigma l}^{(v)}}{\tau_{\sigma l}^{(v)}}$, $v=1, 2$, λ^R 和 μ^R 表示松弛拉梅系数, $\lambda^U = (\lambda^R + \mu^R)M^{U1} - \mu^R M^{U2}$ 和 $\mu^U = \mu^R M^{U2}$ 表示未松弛拉梅系数, E_1^l 、 E_{11}^l 和 E_{12}^l 表示记忆

变量, 分别对应胀缩波和剪切波, $\varphi_{vl} = \frac{\left(1 - \frac{\tau_{\sigma l}^v}{\tau_{\sigma l}^v}\right) L_v}{\tau_{\sigma l}^v}$ 。

2 常 Q 模拟

地下岩石在震带内品质因子基本不随频率变化, 利用这一原则采用最小二乘方法, 根据给定的 Q 计算松弛时间。广义标准线性体纵波和横波的 Q 分别表示为^[27]:

$$Q_p = \frac{\text{Re}(M_1 + (n-1)M_2)}{\text{Im}(M_1 + (n-1)M_2)} = \frac{\frac{M_R^{(1)}}{L_1} \sum_{l=1}^{L_1} \left(\frac{1 + \omega^2 \tau_{\sigma l}^{(1)} \tau_{\sigma l}^{(1)}}{1 + \omega^2 \tau_{\sigma l}^{(1)2}} \right) + (n-1) \frac{M_R^{(2)}}{L_2} \sum_{l=1}^{L_2} \left(\frac{1 + \omega^2 \tau_{\sigma l}^{(2)} \tau_{\sigma l}^{(2)}}{1 + \omega^2 \tau_{\sigma l}^{(2)2}} \right)}{\frac{M_R^{(1)}}{L_1} \sum_{l=1}^{L_1} \left(\frac{\omega(\tau_{\sigma l}^{(1)} - \tau_{\sigma l}^{(1)})}{1 + \omega^2 \tau_{\sigma l}^{(1)2}} \right) + (n-1) \frac{M_R^{(2)}}{L_2} \sum_{l=1}^{L_2} \left(\frac{\omega(\tau_{\sigma l}^{(2)} - \tau_{\sigma l}^{(2)})}{1 + \omega^2 \tau_{\sigma l}^{(2)2}} \right)}\quad (5)$$

$$Q_s = \frac{\text{Re}(M_2)}{\text{Im}(M_2)} = \frac{\sum_{l=1}^{L_2} \frac{1 + \omega^2 \tau_{\sigma l}^{(2)} \tau_{\sigma l}^{(2)}}{1 + \omega^2 \tau_{\sigma l}^{(2)2}}}{\sum_{l=1}^{L_2} \frac{\omega(\tau_{\sigma l}^{(2)} - \tau_{\sigma l}^{(2)})}{1 + \omega^2 \tau_{\sigma l}^{(2)2}}}\quad (6)$$

常规做法一般都是通过近似或假设来求取松弛时间^[21-24], 而且只涉及黏弹介质, 并未提及黏弹介质如何处理。本文同时考虑纵横波的品质因子, 在感兴趣的频带内采样, 直接由式 (5) 和式 (6) 联合建立超定的非线性方程组, 求解出使品质因子为近似期望常数的松弛时间, 从而实现近似常 Q 。方程组可由如下表示:

$$\begin{cases} \tilde{Q}_p = Q_p(\omega_j) \\ \tilde{Q}_s = Q_s(\omega_j) \end{cases} \quad j=1, 2, \dots, N\quad (7)$$

其中 \tilde{Q}_p 是给定的期望纵波品质因子、 \tilde{Q}_s 是给定的期望横波品质因子, ω_j 是感兴趣频带内的频率采样, N 是频率采样数。

采用 L-M 方法求解方程组 (7), L-M 方法是高斯-牛顿算法的变种, 可以较好地求解病态问题^[31]。

取进行试算, 图 1 给出了几个由不同期望常数品质因子求解出的松弛时间所对应的纵横波品质因子随频率变化曲线, 期望的常数品质因子分别是图 (a) $\tilde{Q}_p = 20$, $\tilde{Q}_s = 3$; 图 (b) $\tilde{Q}_p = 50$, $\tilde{Q}_s = 5$; 图 (c) $\tilde{Q}_p = 80$, $\tilde{Q}_s = 10$; 图 (d) $\tilde{Q}_p = 100$, $\tilde{Q}_s = 20$ 。从图 1 可以看出, 这四种情况下在感兴趣频带内的品质因子变化很小, 进一步计算每条品质因子曲线的误差: (a) 总体均方根误差 (RMSE)、纵波品质因子的相对均方根误差 (RRMSE-P) 和横波

品质因子的相对均方根误差 (RRMSE-S) 分别为 0.1564、1.077% 和 1.666%；(b) RMSE 约为 0.3815, RRMSE-P 约为 1.070%, RRMSE-S 约为 1.420%；(c) RMSE 约为 0.6103, RRMSE-P 约为 1.069%, RRMSE-S 约为 1.152%；(d) RMSE 约为 0.771, RRMSE-P 约为 1.069%, RRMSE-S 约为 1.085%。与一些文献^[21-24]的常规做法相比, 本文方法在标准线性体个数或精度方面具有优势, 而且品质因子的适用范围较广。

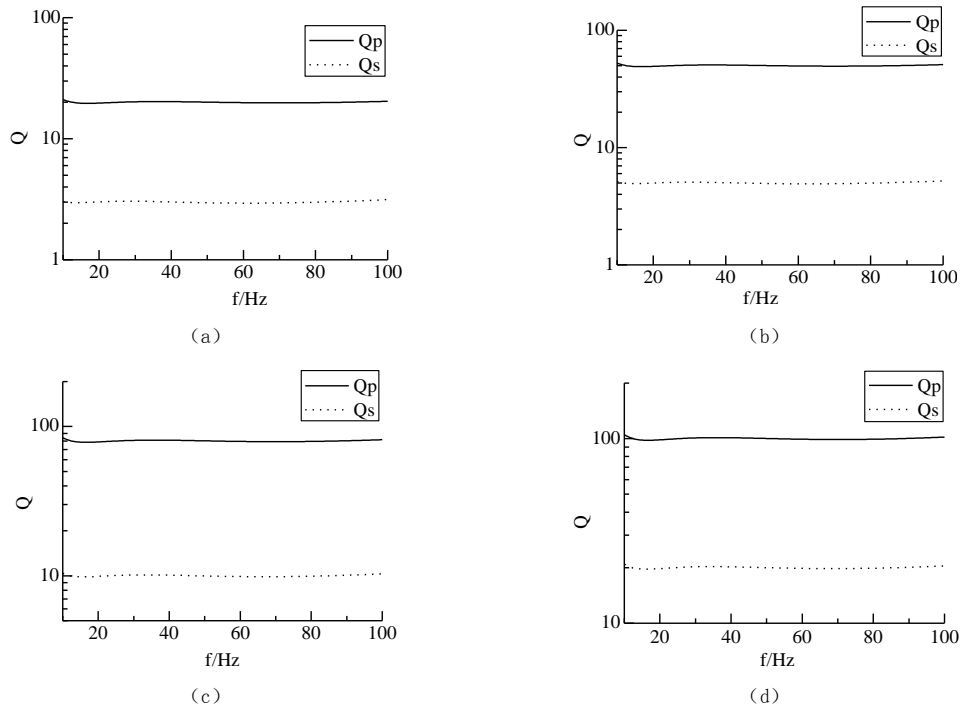


图1 四个期望常数品质因子的实际 Q 随频率变化曲线

Fig.1 The results of constant Q value fitting test for different expected Q value

3 边界的处理

边界的处理是正演模拟很重要的一个方面, 对于水平自由表面条件下瑞雷面波的模拟, 边界的处理包括自由边界和吸收边界两部分内容。

3.1 多轴卷积完全匹配层吸收边界

为模拟无限大半空间介质, 在非自由表面处需要应用吸收边界条件来衰减边界的波场。完全匹配层 (PML) 吸收边界已经被广泛应用于地震波正演模拟中, 其采用分裂波场的方式, 具有良好的吸收效果。但是传统的 PML 也有大倾角掠射波吸收不足和稳定性差的缺点。针对大倾角掠射波吸收不足, 有文献发展了基于不分裂波场的卷积完全匹配层 (C-PML)^[32]。针对稳定性问题, 也有文献提出了基于分裂波场的多轴完全匹配层 (M-PML)^[33-34]。这两种方法分别针对常规 PML 不同的缺陷, 在其基础上进行了不同方面的改进^[35], 由此可将这两种方法结合, 形成多轴卷积完全匹配层 (MC-PML), 在保持较好吸收效果的同时提高边界条件的稳定性, 并且采用不分裂波场的方式进行计算, 减少计算量

和存储量。

C-PML 的主要思想是以不分裂的形式在时域进行坐标变换, 其中变换采用多参数的复频移拉伸函数, 并引入记忆变量来通过递推计算从而避免直接计算卷积。但是它仍然是单轴的, 也就是对于每一部分匹配层, 只存在一套衰减系数, 只进行一个方向的坐标变换。而 M-PML 是在传统的分裂形式的 PML 基础上, 在所有正交方向上均引入衰减因子, 从而增加衰减系数, 可以提高稳定性。MC-PML 就是在 C-PML 的实施过程中引入 M-PML 正交方向上同时设置衰减系数的策略, 同时对 C-PML 的坐标变换关系进行保留。以与 z 方向平行的匹配层为例, 二维情况下对 x 和 z 两个方向的偏导数进行坐标变换:

$$\partial_{\bar{x}} = \frac{1}{s_x} \partial_x, \quad \partial_{\bar{z}} = \frac{1}{s_z} \partial_z \quad (8)$$

对于与 z 轴平行的匹配层, x 方向为衰减主方向, 复拉伸函数表示为

$$s_x = \kappa_x + \frac{d_x^{(x)}}{\alpha_x + i\omega} \quad (9)$$

其中 ω 为角频率, κ_x 、 α_x 和 $d_x^{(x)}$ 为衰减系数, $i = \sqrt{-1}$, 这与 C-PML 中的设置一致。

z 方向上复拉伸函数为

$$s_z = 1 + \frac{d_z^{(x)}}{i\omega} \quad (10)$$

其中 $d_z^{(x)} = p^{(z/x)} \cdot d_x^{(x)}$, $p^{(z/x)}$ 为常数稳定性因子。

以上是频率域的变换, 变换回时域并引入记忆变量进行变换后的计算, x 方向为^[32]:

$$\partial_{\bar{x}} = \frac{1}{\kappa_x} \partial_x + \psi_x \quad (11)$$

$$\psi_x^n = b_x \psi_x^{n-1} + a_x (\partial_x)^{\frac{n-1}{2}} \quad (12)$$

其中 ψ_x 为记忆变量, $b_x = \exp\left(-\left(d_x^{(x)}/\kappa_x + \alpha_x\right)\Delta t\right)$, $a_x = \frac{d_x^{(x)}(b_x - 1)}{\kappa_x(d_x^{(x)} + \kappa_x\alpha_x)}$ 。 z 方向的计算与 x

方向类似, 只需令 $\kappa = 1$, $\alpha = 0$, 并将 $d_x^{(x)}$ 替换为 $d_z^{(x)}$ 。

与 x 方向平行的匹配层与上述类似, 总之, 每一部分匹配层都进行所有正交方向上的坐标变换和计算, 角上重叠部分进行叠加处理。因此 MC-PML 可以看作是这几种完全匹配层的扩展, 通过系数调整, MC-PML 可以退化为 C-PML、M-PML 或常规 PML, 不过退化后是不分裂波场的计算形式。

3.2 水平自由表面的处理

采用交错网格有限差分法求解波动方程 (4), 此时有多种方法处理自由边界条件, 其中声学-弹性边界近似法 (AEA) 对于复杂模型精度较高, 比较适合瑞雷波的模拟^[36]。AEA 法考虑了自由表面上、下横向应力保持连续的条件, 二维弹性情况下其处理方式:

$$\begin{cases} \sigma = 0 \\ \rho_x = 5\rho_1 \\ \lambda = 0 \\ 2\mu = 2\mu_1 \end{cases} \quad (13)$$

AEA 法主要考虑自由表面上、下横向应力保持连续的条件, 具体在式 (13) 中表现为 $2\mu = 2\mu_1$, 即拉梅常数 μ 不变。将其引入黏弹性介质的自由表面条件中, 并令记忆变量在自由边界处为零, 可直接进行交错网格有限差分法的计算。

4 模型试算

4.1 均匀半空间介质模型

首先测试均匀半空间模型, 宽 800 m, 深 600 m, P、S 波速度分别为 1 200 m/s 和 693 m/s, 密度为 2.0 g/cm^3 , 时间步长 0.4 ms, 网格间距 2 m, 震源采用雷克子波, 主频 15 Hz, 置于模型中间, 深度 3 m。对弹性模型和大 Q 、小 Q 两个黏弹模型进行正演, 大 Q 模型 $Q_p = 50$, $Q_s = 20$, 小 Q 模型 $Q_p = 21$, $Q_s = 6$ 。图 2 是上述三种模型在 0.4 s 时的 x 分量波场快照, 可以看出, 三个波场快照的形态差别不大, 各个波型都能够被正确模拟, 主要存在: ① P 波, ② S 波, ③ S^* 波, ④ 瑞雷面波。由于 S^* 波能量随深度减小而减小的缘故^[37-38], 在地表接收的炮记录中不存在 S^* 波。另外还可以看出 Q 减小, 同相轴变粗, 能量衰减, 传播距离增加, 这是由于黏弹介质的固有频散和衰减造成的。

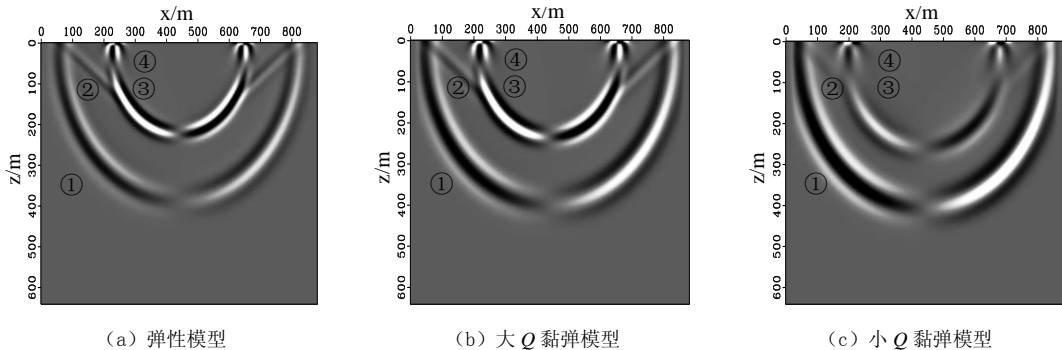


图 2 不同模型的波场快照 x 分量 ($t = 0.4 \text{ s}$)

Fig. 2 Snapshots of x component in homogeneous model at $t = 0.4 \text{ s}$

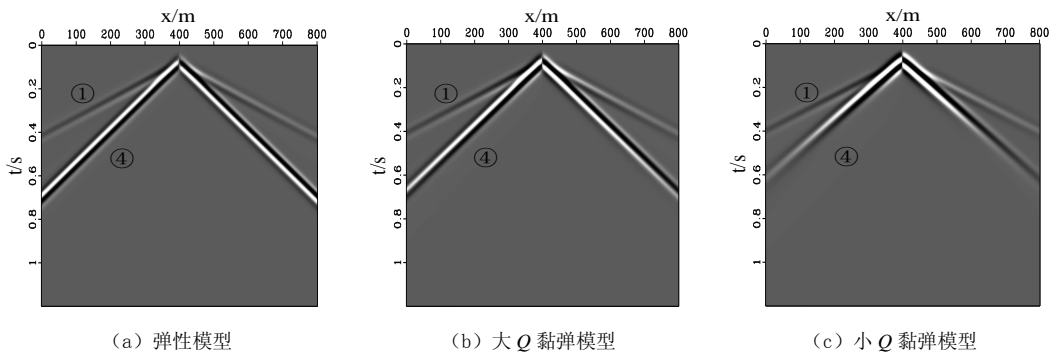


图 3 不同均匀半空间介质的 x 分量单炮记录

Fig. 3 Single-shot seismograms of x component in homogeneous half-space model

图 3 (a) ~ 图 3 (c) 分别是三个模型在地表 ($z = 0 \text{ m}$) 的水平分量 (即 x 分量) 单炮记

录, 能够看出没有不稳定现象, 也没有明显的边界反射, 说明本文吸收边界条件的有效性。另外三个记录都有 ① P 波和 ④ 瑞雷面波两个同相轴, 其中面波振幅比 P 波的大, 在黏弹模型中会产生衰减, Q 减小, 黏弹性增大, 衰减越厉害。还可以看出瑞雷面波的衰减比 P 波剧烈, 这是因为瑞雷面波可以看做 P、S 波的相互干涉, 而 S 波 Q 比 P 波小得多。随着 Q 减小, 同相轴变粗, 最远偏移距的两道到达时明显减小, 这是由于黏弹介质的速度频散造成的, 在走时变化方面瑞雷波比 P 波要严重, 同样是由于 S 波 Q 较小的缘故。另外三个记录中都没有明显的面波频散, 说明均匀介质不会发生面波频散现象。

进一步从上述弹性模型的记录(图 3(a))中抽取 $x=700\text{ m}$ 的单道与解析解^[39]进行对比, 如图 4 所示, 其中图 4(a) 和图 4(b) 分别为 x 分量和垂直分量(即 z 分量)的对比结果, 图 4(a) 中数值解来自于图 3(a)。同样可以看出每个分量都有两个独立的波形, 分别对应 P 波和瑞雷面波, 面波的振幅比 P 波大得多。由解析解和数值解的对比可以看出, 两个分量中的 P 波成分几乎完全吻合, 而面波能够看出有一些小的误差, 这是因为面波对空间间距和时间采样的要求比较高, 模拟比较困难^[4], 所以误差比 P 波大, 但是整体上数值解和解析解还是比较一致, 说明本文模拟的准确性。

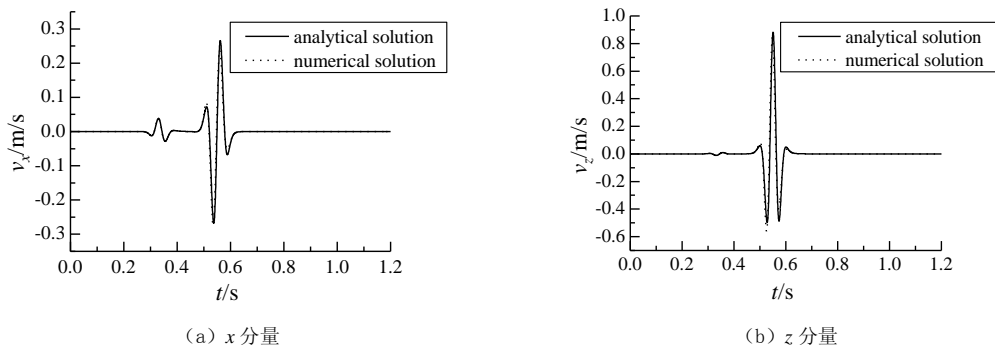


图 4 单道波形数值解与解析解对比 ($x=700\text{ m}$, $z=0\text{ m}$)

Fig. 4 Waveform comparison between numerical and analytical solutions ($x=700\text{ m}$, $z=0\text{ m}$)

进一步采用上述模型, 将震源放置到 21 m 处并进行模拟, 抽取与图 4 位置相同的单道记录并示于图 5 中。可以看出, P 波的波形等各方面在震源深度不同时差别不大, 只是由于路径不同而导致走时有所变化, 而瑞雷面波沿自由表面水平传播, 到达时在震源深度不同时基本没有变化, 但是振幅会有差别, 在这三种模型中都是震源深度增加, 面波振幅减小, 因此若要进行面波勘探, 震源埋深不宜过大, 而若将面波视为干扰噪声, 则震源埋深应尽可能大。另外不同震源深度的两个面波波形会随着 Q 减小而变得接近, 振幅相对差别减小, 说明黏弹性会减弱震源深度对面波强度的影响。

4.2 纵向连续介质模型

选择一纵向连续介质模型, 宽 400 m, 深 200 m, P、S 波速度分别由地表的 800 m/s 和 400 m/s 向下连续变化到 1600 m/s 与 800 m/s, 密度均匀, 为 2.7 g/cm^3 , 时间步长 0.2 ms, 网格间距 1 m, 震源采用主频 30 Hz 的雷克子波, 置于地表中间。同样对弹性模型、大 Q 和小 Q 两个黏弹模型进行正演模拟, 两个黏弹模型的品质因子分别由地表的 $Q_p=40$ 、 $Q_s=20$

和 $Q_p = 9$ 、 $Q_s = 2$ 向下连续变化到 $Q_p = 60$ 、 $Q_s = 40$ 与 $Q_p = 39$ 、 $Q_s = 12$ 。图 6 是模拟结果，其中图 (a) ~ 图 (c) 是三个模型的 z 分量单炮记录，图 (d) ~ 图 (f) 是 $t = 0.26$ s 时的 z 分量波场快照。可以看出，三种模型的波场形态差别不大，炮记录中有两个明显的同相轴，波场得到了正确的模拟，但是黏弹性会对波场产生影响，包括同相轴变粗，走时变小，相同时刻传播距离增大，能量衰减等，这同样是由于黏弹介质存在固有衰减与速度频散造成的。另外在本文这种介质参数纵向连续变化的强度下，与均匀模型相比，纵向连续模型的波场在形态上并没有太大变化，只是由于纵向连续变化导致波前面发生弯曲，其中值得注意的是图 6 (a) 中面波的同相轴两翼末端有类似分裂的现象，这并不是面波频散，而是由于介质参数纵向连续变化导致 S^* 波波前弯曲，能量到达地表形成的，这不同于文献^[10]的解释。在黏弹性介质中这种现象会变弱，尤其是本文的小 Q 模型，炮记录中看不到类似分裂

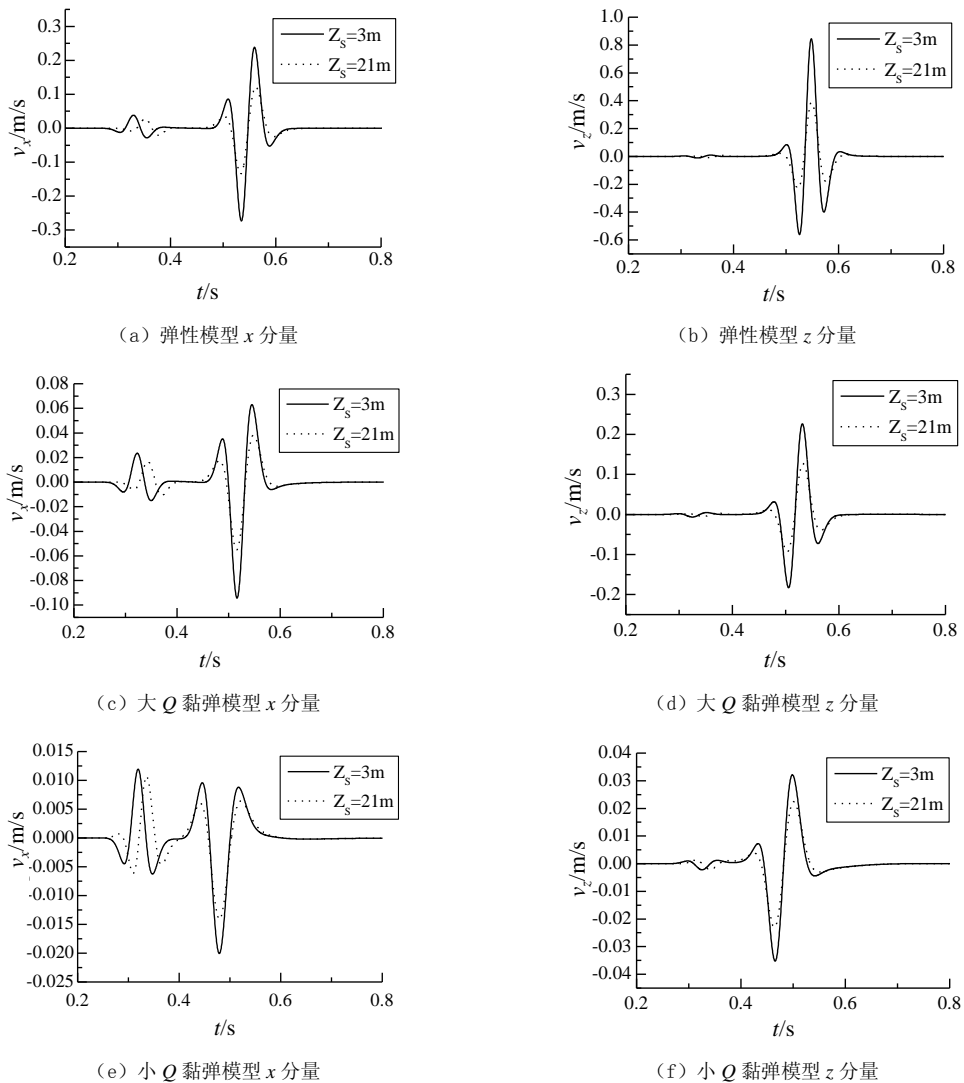
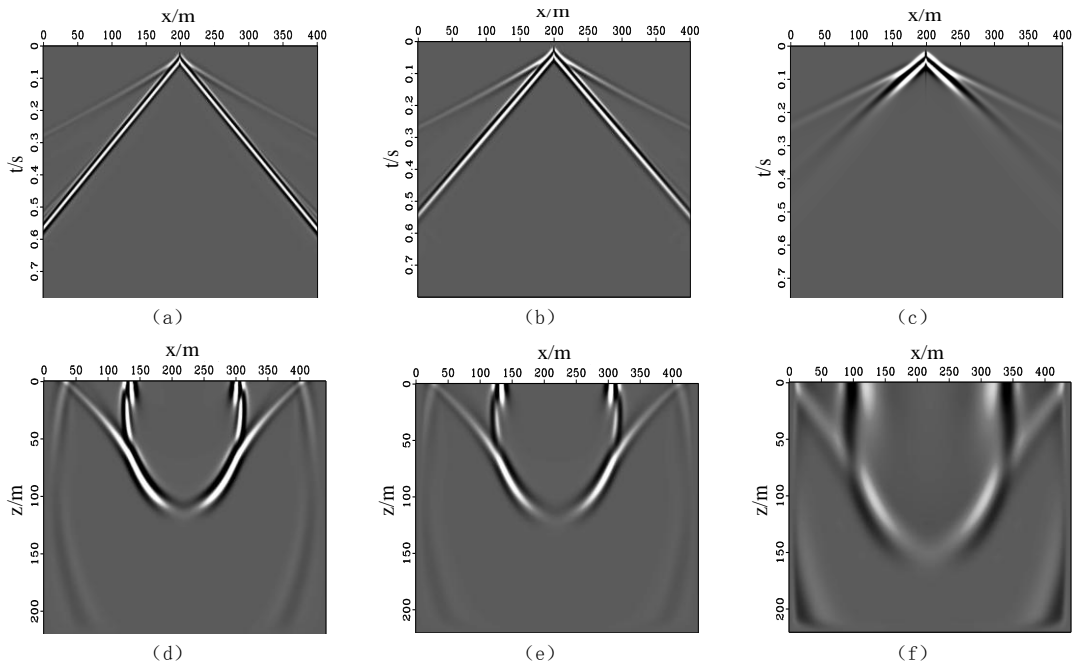


图 5 不同震源深度的单道波形对比

Fig. 5 Waveform comparison between single-traces of different source depth



(a) (b) (c) 分别是三种模型的炮记录; (d) (e) (f) 分别是三种模型的波场快照

图 6 不同纵向连续模型的 z 分量单炮记录和波场快照 ($t = 0.26$ s)

Fig. 6 Single-shot seismograms and snapshots ($t = 0.26$ s) of z component in vertically continuous model

的现象, 波场快照中 S^* 波与面波基本连在一起, 这也是黏弹介质的固有衰减和频散造成的, 使分辨率降低, 细节模糊。

4.3 两层介质模型

模型宽 300 m, 深 100 m, 第 1 层 P 波速度 800 m/s, S 波速度 200 m/s, 厚度 10 m, 第 2 层 P 波速度 1200 m/s, S 波速度 400 m/s, 密度均匀, 为 2.0 g/cm^3 , 时间步长 0.05 ms, 网格间距 0.2 m, 震源采用雷克子波, 主频 30 Hz, 置于地表中间。同样对弹性模型、大 Q 和小 Q 黏弹模型进行模拟, 大 Q 模型第 1 层为 $Q_p = 40$ 、 $Q_s = 20$, 第 2 层为 $Q_p = 50$ 、 $Q_s = 30$, 小 Q 模型第 1 层为 $Q_p = 10$ 、 $Q_s = 5$, 第 2 层为 $Q_p = 20$ 、 $Q_s = 10$ 。图 7 是模拟结果, 图 (a) ~ 图 (c) 是 3 种模型的 z 分量单炮记录。可以看出, 瑞雷面波都有明显的面波频散现象, 而且基阶面波和高阶面波同时存在 (出现了几组斜率不同的波)^[10], 但是波场会受到黏弹性影响, 尤其是面波频散, 影响更严重。由于黏弹介质的速度频散和衰减影响, Q 减小, 面波频散变弱, 分辨率降低, 细节模糊。

4.4 三层软弱夹层介质模型

模型宽 120 m, 深 100 m, 第 1 层 P 波速度 450 m/s, S 波速度 150 m/s, 密度 1.9 g/cm^3 , 厚度 3 m; 第 2 层 P 波速度 300 m/s, S 波速度 100 m/s, 密度 1.8 g/cm^3 , 厚度 2 m, 第 3 层 P 波速度 700 m/s, S 波速度 225 m/s, 密度 2.0 g/cm^3 , 时间步长 0.1 ms, 网格间距 0.2 m, 震源采用雷克子波, 主频 30 Hz, 置于地表中间。同样对弹性模型、大 Q 和小 Q 黏弹模型进行

模拟, 大 Q 模型第 1 层为 $Q_p = 50$ 、 $Q_s = 30$; 第 2 层为 $Q_p = 40$ 、 $Q_s = 20$; 第 3 层为 $Q_p = 60$ 、 $Q_s = 40$ 。小 Q 模型第 1 层为 $Q_p = 15$ 、 $Q_s = 8$; 第 2 层为 $Q_p = 10$ 、 $Q_s = 5$; 第 3 层为 $Q_p = 20$ 、 $Q_s = 12$ 。图 8 是模拟结果, 图 (a) ~ 图 (c) 是 3 种模型的 z 分量单炮记录。可以看出, 与上述模型相同, 3 种模型中都存在面波频散, 而且会受黏弹性严重影响。由于面波频散能量主要集中在中远偏移距, 而黏弹介质中存在固有速度频散与振幅衰减, 因此黏弹介质的面波能量变弱, 同相轴变粗, 分辨率降低, 细节模糊, 使得面波频散不如弹性模型强烈, 因此很有必要在面波勘探中考虑黏弹性的影响。

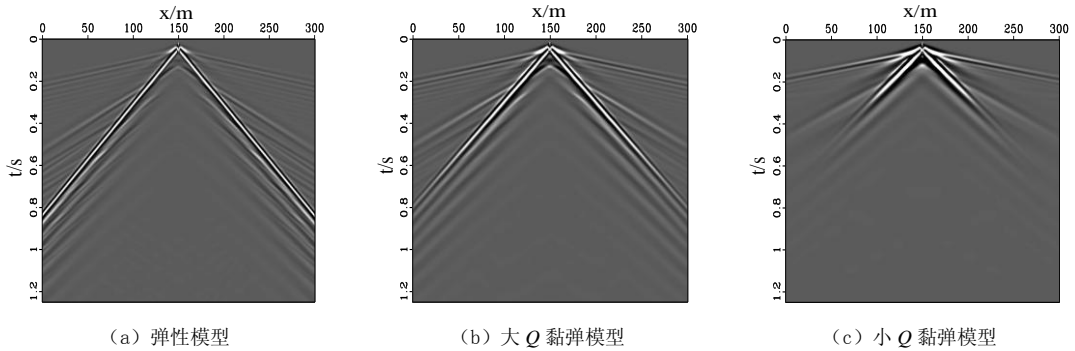


图 7 不同两层模型的 z 分量单炮记录

Fig. 7 Single-shot seismograms of z component in two-layer model

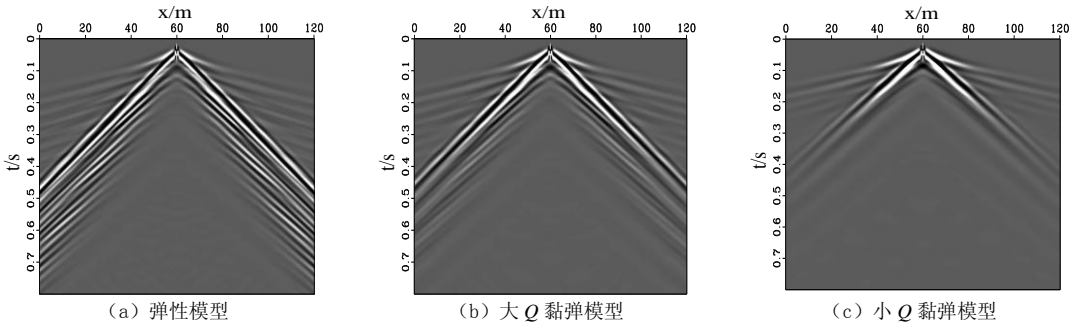


图 8 不同三层软弱夹层模型的 z 分量单炮记录

Fig. 8 Single-shot seismograms of z component in floppy interlayer model

5 结论与讨论

本文采用广义标准线性体模型表征黏弹介质, 并利用交错网格有限差分对具水平自由地表的半空间黏弹介质进行模拟。对 4 种模型进行了模拟和对比分析, 得到以下结论: ① 数值解与解析解的对比说明了本文方法的正确性; ② 均匀介质和本文的纵向连续介质中观测不到明显的面波频散, 在两层模型和三层软弱夹层模型中则会发生面波频散; ③ 面波强度会受到震源深度的影响, 而黏弹性则会减弱这种影响; ④ 面波频散会受到黏弹性的影响, 很有必要在面波勘探中考虑黏弹性因素。

本文方法能够模拟复杂黏弹介质中的瑞雷面波, 为水平自由表面条件下实际介质

的面波模拟提供了有利工具。但是也有一些问题需要进一步探讨, 例如求取松弛时间时, 结果比较依赖初值等。下一步可以将本文方法扩展到起伏地表的情况或者三维面波的模拟等。

参考文献

- [1] PARK C B, MILLER R D, XIA J. Imaging dispersion curves of surface waves on multi-channel record[C]//68th Annual International Meeting, Expanded Abstracts, SEG, 1998: 1377-1380.
- [2] LUO Y, XIA J, MILLER R D, et al. Rayleigh-wave dispersive energy imaging using a high-resolution linear radon transform[J]. Pure and Applied Geophysics, 2008, 165: 903-922.
- [3] PARK C B, MILLER R D, XIA J. Multi-channel analysis of surface waves (MASW)[J]. Geophysics, 1999, 64: 800-808.
- [4] MITTET R. Free-surface boundary conditions for elastic staggered-grid modeling schemes[J]. Geophysics, 2002, 67(5): 1616-1623.
- [5] KRISTEK J, MOCZO P, ARCHULETA R J. Efficient methods to simulate planar free surface in the 3D 4th-order staggered-grid finite-difference schemes[J]. Study Geophysics, 2002, 46: 355-381.
- [6] ROBERTSSON J O A. A numerical free-surface condition for elastic/viscoelastic finite-difference modeling in the presence of topography[J]. Geophysics, 1996, 61(6): 1921-1934.
- [7] XU Y, XIA J, MILLER R D. Numerical investigation of implementation of air-earth boundary by acoustic-elastic boundary approach[J]. Geophysics, 2007, 72(5): 147-153.
- [8] 张伟. 含起伏地形的三维非均匀介质中地震波传播的有限差分算法及其在强地面震动模拟中的应用[D]. 北京: 北京大学, 2006.
ZHANG W. Finite difference seismic wave modelling in 3D heterogeneous media with surface topography and its implementation in strong ground motion study[D]. Beijing: Peking University, 2006. (in Chinese).
- [9] 凡友华, 陈晓非, 刘雪峰, 等. Rayleigh 波的频散方程高频近似分解和多模式激发数目[J]. 地球物理学报, 2007, 50(1): 233-239.
FAN Y H, CHEN X F, LIU X F, et al. Approximate decomposition of the dispersion equation at high frequencies and the number of multimodes for Rayleigh waves[J]. Chinese Journal Geophysics, 2007, 50(1): 233-239. (in Chinese).
- [10] 周竹生, 刘喜亮, 熊孝雨. 弹性介质中瑞雷面波有限差分法正演模拟[J]. 地球物理学报, 2007, 50(2): 567-573.
ZHOU Z S, LIU X L, XIONG X Y. Finite-difference modelling of Rayleigh surface wave in elastic media[J]. Chinese Journal Geophysics, 2007, 50(2): 567-573. (in Chinese).
- [11] 张大洲, 熊章强, 顾汉明. 高精度瑞雷波有限差分数值模拟及波场分析[J]. 地球物理学进展, 2009, 24(4): 1313-1319.
ZHANG D Z, XIONG Z Q, GU H M. Numerical modeling of Rayleigh wave using high-accuracy finite-difference method and wave field analysis[J]. Progress in Geophysics, 2009, 24(4): 1313-1319. (in Chinese).
- [12] 裴正林. 任意起伏地表弹性波方程交错网格高阶有限差分法数值模拟[J]. 石油地球物理勘探, 2004, 39(6): 629-634.
PEI Z L. Staggered-grid high-order finite-difference numerical simulation of elastic wave equation with arbitrary irregular surface[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2004, 39(6): 629-634. (in Chinese).
- [13] 秦臻, 张才, 郑晓东, 等. 高精度有限差分瑞雷面波模拟及频散特征提取[J]. 石油地球物理勘探, 2010, 45(1): 40-46.
QIN Z, ZHANG C, ZHENG X D, et al. High-accuracy finite-difference modeling of Rayleigh surface wave and extracting of dispersion characteristic[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2010,

- 45(1): 40-46. (in Chinese).
- [14] 潘冬明, 胡明顺, 崔若飞, 等. 基于拉东变换的瑞雷面波频散分析与应用[J]. 地球物理学报, 2010, 53(11): 2760-2766.
PAN D M, HU M S, CUI R F, et al. Dispersion analysis of Rayleigh surface waves and application based on Radon transform[J]. Chinese Journal Geophysics, 2010, 53(11): 2760-2766. (in Chinese).
- [15] 高静怀, 何洋洋, 马逸尘. 黏弹性与弹性介质中 Rayleigh 面波特性对比研究[J]. 地球物理学报, 2012, 55(1): 207-218.
GAO J H, HE Y Y, MA Y C. Comparison of the Rayleigh wave in elastic and viscoelastic media[J]. Chinese Journal Geophysics, 2012, 55(1): 207-218. (in Chinese).
- [16] 张维, 何正勤, 胡刚, 等. 用面波联合勘探技术探测浅部速度结构[J]. 地球物理学进展, 2013, 28(4): 2199-2206.
ZHANG W, HE Z Q, HU G, et al. Detection of the shallow velocity structure with surface wave prospecting method[J]. Progress in Geophysics, 2013, 28(4): 2199-2206. (in Chinese).
- [17] 张立, 刘争平. 水平层状介质中基阶瑞利面波椭圆极化特征数值分析与研究[J]. 地球物理学报, 2013, 56(5): 1686-1695.
ZHANG L, LIU Z P. A study of the elliptic polarization characteristics of fundamental mode Rayleigh wave based on numerical simulation[J]. Chinese Journal Geophysics, 2013, 56(5): 1686-1695. (in Chinese).
- [18] 赵海波, 陈百军, 李奎周, 等. 黏弹性介质 VSP 记录模拟及在估算 Q 值研究中应用[J]. 地球物理学报, 2011, 54(2): 329-335.
ZHAO H B, CHEN B J, LI C Z, et al. VSP record numerical modeling in viscoelastic media and its application in the study of Q -value estimation method[J]. Chinese Journal Geophysics, 2011, 54(2): 329-335. (in Chinese).
- [19] 严红勇, 刘洋. 黏弹 TTI 介质中旋转交错网格高阶有限差分数值模拟[J]. 地球物理学报, 2012, 55(4): 1354-1365.
YAN H Y, LIU Y. Rotated staggered grid high-order finite-difference numerical modeling for wave propagation in viscoelastic TTI media[J]. Chinese Journal Geophysics, 2012, 55(4): 1354-1365. (in Chinese).
- [20] 杨仁虎, 常旭, 刘伊克. 基于非均匀各向同性介质的黏弹性波正演数值模拟[J]. 地球物理学报, 2009, 52(9): 2321-2327.
YANG R H, CHANG X, LIU Y K. Viscoelastic wave modeling in heterogeneous and isotropic media[J]. Chinese Journal Geophysics, 2009, 52(9): 2321-2327. (in Chinese).
- [21] BLANCH J O, ROBERTSSON J O A, SYMES W W. Modeling of a constant Q : Methodology and algorithm for an efficient and optimally inexpensive viscoelastic technique[J]. Geophysics, 1995, 60(1): 176-184.
- [22] TAL-EZER H, CARCIONE J M, KOSLOFF D. An accurate and efficient scheme for wave propagation in linear viscoelastic media[J]. Geophysics, 1990, 55(10): 1366-1379.
- [23] 孙成禹, 印兴耀. 三参数常 Q 粘弹性模型构造方法研究[J]. 地震学报, 2007, 29(4): 348-357.
SUN C Y, YIN X Y. Research on construction method of constant Q viscoelastic model with three parameters[J]. Acta Seismologica Sinica, 2007, 29(4): 348-357. (in Chinese).
- [24] CAO D P, YIN X Y. Q reflections modeling with generalized Maxwell model in time domain[C]//81th Annual International Meeting, Expanded Abstracts, SEG, 2011: 2819-2823.
- [25] DAY S M, MINSTER J B. Numerical simulation of attenuated wavefields using a Padé approximant method[J]. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 1984, 78: 105-118.
- [26] EMMERICH H, KORN M. Incorporation of attenuation into time-domain computations of seismic wave fields[J]. Geophysics, 1987, 52: 1252-1264.
- [27] CARCIONE J M, KOSLOFF D, KOSLOFF R. Wave propagation simulation in a linear viscoelastic medium[J]. Geophysical Journal International, 1988, 95: 597-611.
- [28] MOCZO P, KRISTEK J. On the rheological models used for time-domain methods of seismic wave

- propagation[J]. *Geophysical Research Letters*, 2005, 32: L01306.
- [29] TIAN K, HUANG J P, LI Z C, et al. Simulation of the planar free surface in the finite-difference modeling of half-space viscoelastic medium[C]//75th EAGE Conference & Exhibition Incorporating SPE EUROPEC, 2013: Tu-P13-03.
- [30] LIU H D, ANDERSON L, KANAMORI H. Velocity dispersion due to anelasticity; Implications for seismology and mantle composition[J]. *Geophysical Journal International*, 1976, 47: 41-58.
- [31] 张光澄. 非线性最优化计算方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.
ZHANG G C. Computational methods for nonlinear optimization[M]. Beijing: Higher Education Press, 2005. (in Chinese).
- [32] MARTIN R, KOMATITSCH D. An unsplit convolutional perfectly matched layer technique improved at grazing incidence for the viscoelastic wave equation[J]. *Geophysical Journal International*, 2009, 179: 333-344.
- [33] MEZA-FAJARDO K C, PAPAGEORGIOU A S. A non-convolutional, split-field, perfectly matched layer for wave propagation in isotropic and anisotropic elastic media: Stability analysis[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 2008, 98(4):1811-1836.
- [34] 李振春, 田坤, 黄建平, 等. 多轴完全匹配层的非分裂实现[J]. *地球物理学进展*, 2013, 28(6): 2984-2992.
LI Z C, TIAN K, HUANG J P, et al. An unsplit implementation of the multi-axial perfectly matched layer[J]. *Progress in Geophysics*, 2013, 28(6): 2984-2992. (in Chinese).
- [35] 田坤, 李振春, 黄建平, 等. 多轴卷积完全匹配层吸收边界条件[J]. *石油地球物理勘探*, 2014, 49(1): 143-152.
TIAN K, LI Z C, HUANG J P, et al. Multi-axial convolution perfectly matched layer absorbing boundary condition[J]. *Oil Geophysical Prospecting*, 2014, 49(1):143-152. (in Chinese).
- [36] 袁士川, 宋先海, 蔡伟, 等. 瑞雷波有限差分数值模拟中不同自由表面边界条件的对比[J]. *石油地球物理勘探*, 2017, 52(6): 1156-1169.
YUAN S C, SONG X H, CAI W, et al. Comparison of different free-surface boundary conditions for Rayleigh waves finite-difference modeling[J]. *Oil Geophysical Prospecting*, 2017, 52(6): 1156-1169. (in Chinese).
- [37] GUTOWSKI P R, HRON F, WAGNER D E, et al. S*[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1984, 74: 61-78.
- [38] 张学涛, 田坤, 黄建平. 黏弹性介质中瑞雷面波正演模拟及频散特征分析[J]. *地球物理学进展*, 2016, 31(2): 861-868.
ZHANG X T, TIAN K, HUANG J P. Forward modeling and dispersion properties analysis of Rayleigh surface wave in viscoelastic media[J]. *Progress in Geophysics*, 2016, 31(2): 861-868. (in Chinese).
- [39] BERG P, IF F, NILSEN P, et al. Analytical reference solutions: Advanced seismic Modeling[M]// HELBIG K. Modeling the earth for oil exploration. Pergamon Press, 1994: 421-427.

Finite-difference Modeling and Wave-field Analysis of Rayleigh Surface Wave in Viscoelastic Media

WANG Changbo[✉], TIAN Kun, LIU Libin, LI Guolei, ZHANG Xuetao
(Shengli Geophysical Research Institute, Dongying 257022, China)

Abstract: Rayleigh surface wave has been used to research the character of shallow subsurface widely, and the real geological medium is close to viscoelastic media. This paper models Rayleigh wave in viscoelastic media with planar free surface by using the staggered-grid finite-difference method based on the generalized standard

linear body. And we compared the results of the viscoelastic media with the elastic one. In this paper the Levenberg-Marquarat algorithm is adopted to compute the relaxation time to fitting the constant Q model firstly. Acoustic-elastic boundary approximation method is used to implement free surface conditions. The condition that transverse stress on and under the free surface remain continuous is considered by keeping the shear modulus unchanged. And for other boundaries the unsplit multiaxial convolutional perfectly matched layer is chosen to absorb waves. Then the wave fields are calculated in several typical models. The comparisons of numerical and analytical solutions confirm the veracity and validity of the method in this paper. And the computed results indicate that viscoelasticity can influence the surface wave dispersion. So the viscoelastic factors should be considered in the surface wave exploration.

Keywords: viscoelastic media; Rayleigh surface wave; constant Q model; free surface; absorbing boundary condition



作者简介: 王常波[✉] (1967—), 男, 硕士, 中国石化胜利油田分公司物探研究院副院长, 高级工程师, 主要从事地震资料处理方法技术的研究与应用工作, Tel: 0546-8553538, E-mail: wangchangbo775.slyt@sinopec.com。